تم تحميل هذا الملف من موقع تلاميذي www.talamidi.com

1 ـ إحداثيتا نقطة :

O و I و J ثلاث نقط من المستوى بحيث : $(OI) \perp (OJ)$

نعتبر (D) و (D') مستقيمان متعامدان في O و مدرجان

بحيث : (D) وحدة تدريجه هي OI

و (D') وحدة تدريجه هي OJ .

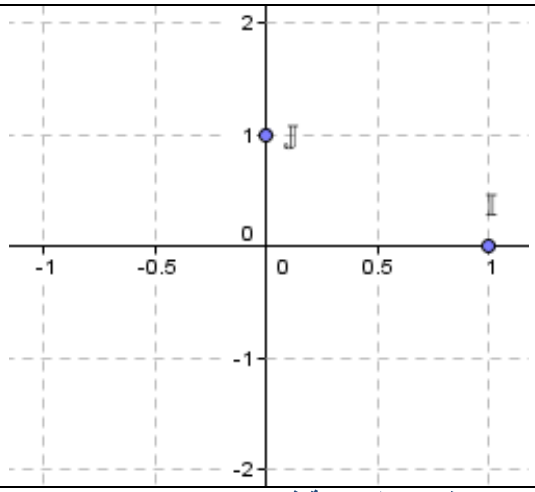
نقول أن المستوى منسوب إلى معلم متعامد $(O;I;J)$.

ـ النقطة O تسمى : أصل المعلم $(O;I;J)$.

ـ المستقيم (OI) يسمى : محور الأفاصيل .

ـ المستقيم (OJ) يسمى : محور الأراتيب .

إذا كان $OI = OJ = 1$ نسمي (O,I,J) :معلم متعامد ممنظم .



تعريف :

كل نقطة M في المستوى مرتبطة بالزوج (x,y)

يسمى زوج إحداثيتي النقطة M .

x يسمى أفصول النقطة M

y يسمى أرتوب النقطة M

ونكتب : $M(x,y)$

تمرين : 1 ـ مثل النقط التالية في معلم متعامد :

$A(3,-1)$ و $B(-2,0)$ و $C(0,4)$ و $(-1,-3)$

2 ـ حدد إحداثيتي كل من النقط : O و I و J

2 ـ إحداثيتا متجهة :

تعريف : (O,I,J) معلم متعامد

إذا كانت $A(a,b)$ و $B(c,d)$ نقطتان

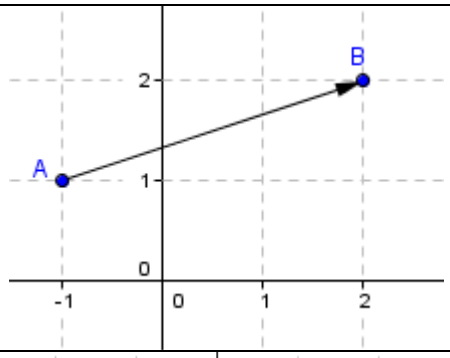
فإن : إحداثيتي المتجهة $\overrightarrow{AB}$ هما : $c-a$ و $d-b$

و نكتب : $\overrightarrow{AB}(c-a,d-b)$

لاحظ الشكل : لدينا $A(-1,1)$ و $B(2,2)$

إذن : $\overrightarrow{AB}(2-(-1),2-1)$

ومنه : $\overrightarrow{AB}(3,1)$



تمرين : من الشكل التالي

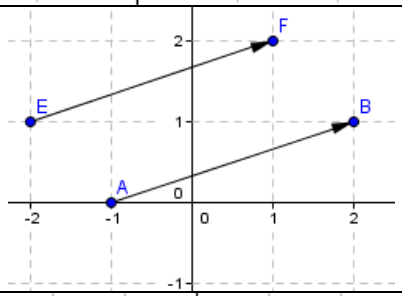
حدد إحداثيتي كل من المتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{EF}$

ماذا تستنتج ؟

لدينا : $\overrightarrow{AB}(3,1)$ و $\overrightarrow{EF}(3,1)$

و $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$

نستنتج : متجهتان متساويتان لهما نفس الإحداثيات



تمرين : من الشكل التالي

حدد إحداثيتي $\overrightarrow{AC}$ مجموع المتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BC}$

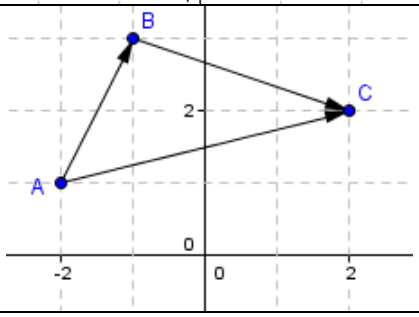
ماذا تلاحظ ؟

لدينا : $\overrightarrow{AB}(1,2)$ و $\overrightarrow{BC}(3,-1)$ و $\overrightarrow{AC}(4,1)$

نلاحظ : $\overrightarrow{AB}(1,2)+\overrightarrow{BC}(3,-1)=\overrightarrow{AC}(4,1)$

إحداثيتا مجموع متجهتين هما :

مجموع أفصوليهما ومجموع أرتوبيهما .



تمرين : نعتبر في معلم متعامد المتجهة $\overrightarrow{CD}(2,-3)$

حدد إحداثيتي المتجهة $\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CD}$

إحداثيتي المتجهة $3\overrightarrow{CD}$ ؟

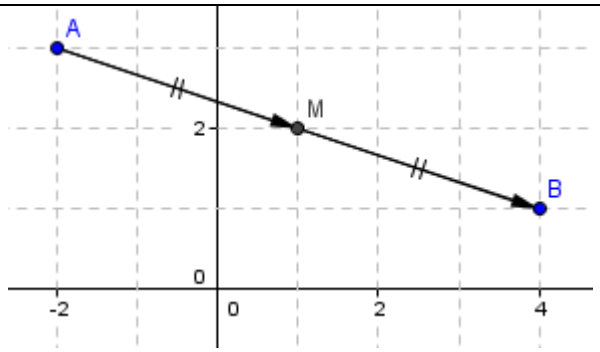
لدينا : $3\overrightarrow{CD}(2,-3)=(3\overrightarrow{CD})(6,-9)$

تم تحميل هذا الملف من موقع تلاميذي www.talamidi.com

3 ـ إحداثيتا منتصف قطعة :

في معلم متعامد نعتبر النقطتين $A(-2,3)$ و $B(4,1)$
ونقطة M منتصف القطعة $[AB]$.
لدينا : $M(1,2)$

$M(x,y)$ منتصف القطعة $[AB]$
إذن : $\overrightarrow{AM}(x+2,y-3) = \overrightarrow{MB}(4-x,1-y)$
ومنه : $x+2 = 4-x$ و $y-3 = 1-y$
$x = \frac{4+(-2)}{2}$ و $y = \frac{1+3}{2}$
إحداثيتا منتصف قطعة هما : نصف مجموع أفصولي طرفي القطعة و نصف مجموع أرتوبي طرفيها .



تمرين :
نعتبر في مستوى منسوب إلى معلم متعامد النقط التالية :
$A(-2,1)$ و $B(2,2)$ و $C(3,-2)$ و $D(x,y)$
1 ـ حدد إحداثيتي E منتصف القطعة $[AC]$
2 ـ حدد x و y علما أن E منتصف القطعة $[BD]$

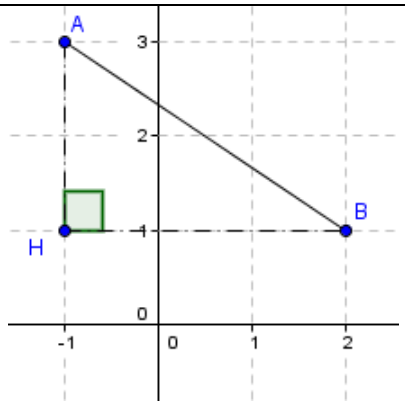
3 ـ استنتج ان الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع .

الحل :
1 ـ E منتصف القطعة $[AC]$ إذن : $E\left(\frac{3+(-2)}{2}, \frac{-2+1}{2}\right)$
ومنه : $E\left(\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}\right)$

2 ـ E منتصف القطعة $[BD]$ إذن : $E\left(\frac{x+2}{2}, \frac{y+2}{2}\right)$
ومنه : $\frac{x+2}{2} = \frac{1}{2}$ و $\frac{y+2}{2} = \frac{-1}{2}$
وبالتالي : $x = -1$ و $y = -3$

4 ـ المسافة بين نقطتين :

نعتبر في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم
النقطتين : $A(-1,3)$ و $B(2,1)$
كيف نحسب المسافة AB ؟
نعتبر المثلث HAB القائم الزاوية في H
إذن : حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة
لدينا : $AB^2 = HB^2 + HA^2$
نحسب HB و HA :
$HB = (2-(-1))OI$ و $HA = (3-1)OJ$
لدينا : $OI = OJ = 1$
إذن : $HB = 3$ و $HA = 2$
ومنه : $AB^2 = 3^2 + 2^2$
أي : $AB = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$



$AB = \sqrt{(2-(-1))^2 + (1-3)^2}$

تمرين : نعتبر في المستوى المنسوب إلى م.م.م النقط :
$A(1,5)$ و $B(3,9)$ و $C(11,5)$ و $D(9,1)$
1 ـ بين أن الرباعي $ABCD$ مستطيل .

الحـل :
ـ $ABCD$ متوازي الأضلاع :
$\overrightarrow{AB}(2,4)$ و $\overrightarrow{DC}(2,4)$ (متساويتان)
ـ له زاوية قائمة :
نحسب AB و BC و AC
$AB = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$
$BC = \sqrt{64+16} = \sqrt{80}$
$AC = \sqrt{100+0} = \sqrt{100}$
لدينا : $AC^2 = AB^2 + BC^2$
أي : ABC مثلث قائم الزاوية في B
و بالتالي $ABCD$ مستطيل .

تمرين : في معلم متعامد ممنظم
نعتبر النقط : $M(-3,2)$ و $N(1,1)$ و $P(9,-1)$
1ـ حدد إحداثيتي المتجهتين $\overrightarrow{MN}$ و $\overrightarrow{MP}$
2ـ استنتج أن النقط M و N و P مستقيمية .

الحـل :
1ـ لدينا : $\overrightarrow{MN}(4,-1)$
$\overrightarrow{MP}(12,-3)$
نلاحظ أن : $\overrightarrow{MP} = 3\overrightarrow{MN}$ ومنه النقط مستقيمية .
لدينا أيضا : $4(-3) = (-1)12$
يسمى شرط استقامية النقط M و N و P.